普通高等教育教学改革规划教材

工科数学练习册（上）

主　编　杨　新　肖成英

副主编　安世勇　王艳华

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本练习册与教材配套使用，主要内容包括：函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、微分方程初步、行列式、矩阵各章节的练习题，还包括单元小测验。

本练习册以教材的形式出现，一方面比较规范合理，列出重难点，将各章节习题分为基础型和提高型，便于学生练习；另一方面减轻了学生抄作业题的负担，同时也便于作业本的保留。

本练习册适合于应用型本科、高职高专院校理工类各专业使用，也可作为自学的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

工科数学练习册：全 2 册 / 杨新等主编. —北京：电子工业出版社，2016.8
ISBN 978-7-121-29792-2

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 205206 号

策划编辑：王艳萍
责任编辑：王艳萍
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：15　字数：384 千字
版　　次：2016 年 8 月第 1 版
印　　次：2016 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：38.00 元（上、下册）

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：wangyp@phei.com.cn。

前言

<<<<<< PREFACE

本书是《工科数学》配套的辅导练习教材，全书贯彻“以应用为目的，以培养学生严谨的数学思维为宗旨”，为学生提供专业学习所必需的数学基础。

本书按教材的章节顺序编排内容以便与教学同步，包含：函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、微分方程初步、行列式、矩阵。

在编写过程中，考虑到读者的不同需求，本书具有以下特点：

（1）本书包括上、下两册，每册各章节均提纲式地归纳了每章的概念、公式、方法、要点、难点。

（2）按照每一章教学内容的顺序，编写了 A、B 两组习题，A 组习题是与教材内容相配合的基本题，B 组习题是有一定难度的题型和综合题，学生根据不同学习需求可以选做 A 组或 B 组。

（3）上、下两册均配备了三套自测题，方便学生检测自身学习效果。

本书由四川工商学院数理教研室编写，由杨新、肖成英主编，安世勇、王艳华副主编，张泽麟、陈勇、陈凯、罗琳、钱贺斌、沈艳霞、周艳红、吴艳南、吴国胜等参与编写，由于水平有限，书中难免有不妥、错误之处，请读者不吝指正。

编　　者

2016 年 7 月

目录

<<<<<< CONTENTS

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 1 次作业　函数

要点：

1．六类基本初等函数：常数函数 $y=C$；幂函数 $y=x^{\alpha}$；指数函数 $y=a^{x}$；对数函数 $y=\log_a^x$；三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$；反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$。

2．基本初等函数的定义域、图像、性质以及初等函数。

难点：掌握反函数、复合函数、隐函数的定义和求法。

A 组

1．求下列函数的定义域。

（1）$y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$　　（2）$y=\dfrac{1}{x+1}+\sin x$

（3）$y=\ln(1+x)+\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　（4）$y=\arcsin(x-1)$

2．设 $f(x)=\begin{cases} x+2, & -2<x<0 \\ 0, & x=0 \\ x^2-3, & 0<x\leqslant 4 \end{cases}$，作出函数图像，并求 $f(-1)$、$f(2)$。

3．指出下列各函数是由哪些简单函数复合而成的。

（1） $y=(2x+5)^{10}$ （2） $y=\log_2{}^{(x-1)^3}$

4．求 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ 的反函数，并讨论反函数的定义域。

5．求 $f(x)=\dfrac{2x}{1+x}$ 的定义域及值域。

6．证明：函数 $f(x)=x^2+1$ 是偶函数，且在 $\left[0,+\infty\right)$ 上是单增的。

7．如果函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $\left(-\infty,4\right]$ 上是减少的，求实数 a 的取值范围。

专业____________________姓名____________________学号____________________

B组

1．设 $f(x)=\begin{cases}0, & -1\leqslant x<0\\ x, & 0\leqslant x<1\\ 2-x, & 1\leqslant x<2\end{cases}$，$F(x)=f(1-2x)$，求 $F(x)$ 的表达式。

2．已知 $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}$， $f[\varphi(x)]=1-x$，且 $\varphi(x)\geqslant 0$，求 $\varphi(x)$，并写出其定义域。

3．设 $f(x-2)=x^2-2x+3$，求 $f(x+2)$。

4．设 $f(x)$ 是 $\left[0,+\infty\right)$ 上的单减函数，证明对任何满足 $\lambda+\mu=1$ 的正数 λ、μ 及 $x\in\left[0,+\infty\right)$ 有下列不等式成立： $f(x)\leqslant\lambda f(\lambda x)+\mu f(\mu x)$。

5．设 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，求 $f(x)$。

第 2 次作业　极限

要点：

1．常见的数列极限。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}=0(\alpha>0),\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1(\alpha>0),\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$$

$$\lim_{n\to\infty}q^{n}=\begin{cases}0 & (|q|<1)\\ \infty & (|q|>1)\\ 1 & (q=1)\\ \text{不存在} & (q=-1)\end{cases}\quad,\quad \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=\mathrm{e}$$

2．函数极限包括：$x\to\infty(x\to-\infty,x\to+\infty)$；$x\to x_0(x\to x_0^-,x\to x_0^+)$。

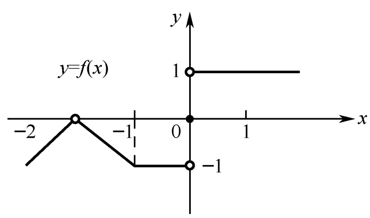
难点： $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$

对于分段函数在分段点的极限要用左右极限讨论。

1．写出下列函数的极限。

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=$____________；（2）$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}=$____________；（3）$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^n}=$____________（$n\in N^+$）；（4）$\lim\limits_{x\to x_0}x=$____________；（5）$\lim\limits_{x\to x_0}x^n=$____________（$n\in N^+$）；（6）$\lim c=$____________（$c$ 为常数）。

2．求下图所示的函数 $f(x)$ 的极限，如果极限不存在，说明理由。



（1）$\lim\limits_{x\to-2}f(x)$

（2）$\lim\limits_{x\to-1}f(x)$

（3）$\lim\limits_{x\to0}f(x)$

3．设 $f(x)=\begin{cases}x+4, & x<1\\ 2x-1, & x\geqslant 1\end{cases}$，求 $f(1^-)$、$f(1^+)$，问 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 是否存在？

4． $x\to 0$，函数 $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ 是否有极限？

5．求下列极限。

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{100}{n^2+1}$

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\dfrac{n-1}{n^2}\right)$

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}}$

（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+1}{(n-1)^2}$

专业__________________姓名__________________学号__________________

第 3 次作业　极限的运算

要点：

1. 无穷小、无穷大的概念，无穷小、无穷大的关系：若 $f(x)$ 为无穷小且 $f(x)\neq 0$，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷大；若 $f(x)$ 为无穷大，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷小。

2. 极限的四则运算，两个重要极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$。

难点： $\dfrac{0}{0}$、$\dfrac{\infty}{\infty}$、$\infty-\infty$、1^{∞} 型极限的计算。

A 组

1．计算下列极限。

（1）$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{\sin x}{x}}$

（2）$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}$

（3）$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x-2)}{x^2-4}$

（4）$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-x-6}$

（5）$\lim\limits_{x\to 0}(1+\tan x)^{\cot x}$

（6）$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1})$

（7）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{2x}$

（8）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{2x}$

（9）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(2-\dfrac{1}{x}\right)\left(3+\dfrac{2}{x^3}\right)$

（10）$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{2}{1-x^2}\right)$

2．计算下列极限。

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+3}}$

（2）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^3+3}}$

（3）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+3}}$

（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{1\cdot 4}+\dfrac{1}{4\cdot 7}+\cdots+\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}\right)$

B 组

1．已知 $f(x)=\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x^2+x-2}$，满足（1）$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$，（2）$\lim\limits_{x\to1}f(x)=0$。试确定常数 a、b、c、d 的值。

2．求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\cdots+\dfrac{n}{(n+1)!}\right)$。

3．已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b\right)=0$，求 a、b。

4．求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sin\frac{1}{x}}}$。

第 4 次作业　函数的连续性

要点：

1．函数在点 x_0 连续的三个等价定义：$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0) \Leftrightarrow \lim\limits_{\triangle x\to 0}\triangle y=0 \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0,\ \exists\delta>0$，当 $|x-x_0|<\delta$ 时，恒有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$。

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=f(x_0)$。

2．函数在区间 I 连续。

3．间断点及其分类。

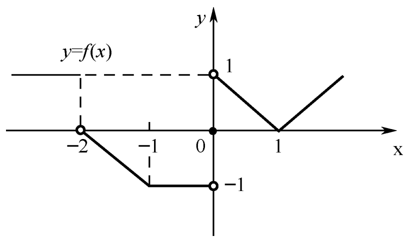
（1）$f(x)$ 在 x_0 处无定义；（2）$f(x)$ 在 x_0 处有定义，但 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在；

（3）$f(x)$ 在 x_0 处有定义，但 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq f(x_0)$。

4．闭区间上连续函数的性质：零点定理、介质定理。

A 组

1．设函数 $f(x)$ 的图像如下图，指出下列点处 $f(x)$ 是连续还是间断的，并说明理由。



（1）$x=-2$　　　　　　　　　　　　（2）$x=-1$

（3）$x=0$　　　　　　　　　　　　（4）$x=1$

2．函数 $f(x)=\begin{cases} e^x+2 & ,x\neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求 k 的值。

3．求下列极限。

（1）$\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{3x^2-2x+5}$　　（2）$\lim\limits_{x\to 0}\ln\cos x$

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$　　（4）$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x-1)}{x^2-1}$

（5）$\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{x+1}{1-x}}$　　（6）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$

*（7）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}$（提示：令 $t=e^x-1$）

4．证明方程 $x\cdot 3^x=2$ 至少有一个小于 1 的正根。

B 组

1．设 $f(x)=\begin{cases} a+bx^2, & x\leqslant 0 \\ \dfrac{\sin bx}{x}, & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则常数 a、b 应满足什么关系？

2．求下列极限。

（1）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^x-\sqrt{x+1}}{x}$

（2）$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}$

（3）$\lim\limits_{x\to +\infty}x\left(\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}-1\right)$

3．设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上非负连续，且 $f(0)=f(1)=0$，则对任意的实数 $a(0<a<1)$，必有实数 $x_0(0\leqslant x_0<1)$，使 $f(x_0+a)=f(x_0)$。

4．一个登山运动员从早上 7：00 开始攀登某座山峰，在下午 7：00 到达山顶，第二天早上 7：00 再从山顶开始沿着上山的路下山，下午 7：00 到达山脚，试利用介值定理说明：这个运动员在这两天的某一相同时刻经过登山路线的同一地点。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 5 次作业　导数的概念

要点：

1．函数在点 x_0 可导的三个等价形式。

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle y}{\triangle x}=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{f(x_0+\triangle x)-f(x_0)}{\triangle x}$$

2．左右导数：左导数 $f'_-(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$；右导数 $f'_+(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0+}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$。

3．导数的几何意义：函数在 x_0 的导数在几何上表示为曲线 $y=f(x)$ 在点（x_0，$f(x_0)$）处的切线的斜率。

4．函数在区间 I 可导。

难点：

1．根据已知条件，利用三种不同定义形式求导数。

2．分段函数在分段点 x_0 处的导数需讨论在该点的左右导数。

$$f'(x_0)=f'_-(x_0)=\lim_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'_+(x_0)=\lim_{x\to x_0+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

A 组

1．设函数 $f(x)=2x^2-1$，用定义计算 $f'(1)$，并求函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程。

2．已知 $f(x)$ 在 a 处可导，求 $\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{f(a+\triangle x)-f(a-\triangle x)}{\triangle x}$。

3．设 $f(x)=\begin{cases}a\ln x+b, & x\geqslant 1\\ \mathrm{e}^x, & x<1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，求 a、b 的值。

4．已知 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0 \\ x, & x\geqslant 0\end{cases}$，求 $f'(x)$。

5．一物体的运动规律为 $s=t^3(m)$，求这物体在 $t=2(s)$ 时的速度。

6．用定义求 $f(x)=\log_a^x$ 的导数。

B 组

1．设 $f(x)$ 可导，求 $\lim\limits_{\triangle x \to 0} \dfrac{f^2(x+3\triangle x)-f^2(x-\triangle x)}{\triangle x}$。

2．设 $f(x)$ 对任意实数 x、y 均有 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$，且 $f'(0)=1$，试求 $f'(x)$。

思考：

（1）若 x_0 为一定值，$f'(x_0)$ 与 $[f(x_0)]'$ 有无区别？

（2）若在某个区间 I 内 $f(x)>0$，能否断定 $f'(x)>0$？

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 6 次作业　初等函数的导数

要点：

1．求导的四则运算：$(u \pm v)' = u' \pm v'$；$(uv)' = u'v + uv'$；$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$。

2．求导公式。

难点： 1．反函数的导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{1}{\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}}$。

2．复合函数的导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u} \cdot \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$。

3．高阶导数 $y^{(n)} = [y^{(n-1)}]'$。

A 组

1．求下列函数的导数。

（1）$y = x^4$

（2）$y = \sqrt[3]{x^2}$

（3）$y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

（4）$y = \dfrac{1}{x^2}$

（5）$y = \dfrac{x^2 \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}}$

2．求下列函数的导数。

（1） $y = x^5 + \frac{1}{x^3} + 6\cos x$

（2） $y = 3x^4 - 2^x + 3\mathrm{e}^x$

（3） $y = x^2(\sqrt{x} + 2)$

（4） $y = \frac{\ln x}{x}$

（5） $y = x^2 \arctan x$

（6） $y = x^2 \sin x \cdot \ln x$

3．计算下列函数的导数。

（1） $y = (3x+2)^5$

（2） $y = \frac{\sin(3x+2)}{x}$

（3） $y = \mathrm{e}^{-3x^2}$

（4） $y = \ln(1 + x^2)$

（5） $y = x^3 e^{-x^2}$

（6） $y = \tan x^2$

（7） $y = \left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$

（8） $y = \arctan\dfrac{x+1}{x-1}$

4．根据反函数求导法则，求 $y = \arccos x$ 的导数。

5．求下列函数的二阶导数。

（1） $y = 2x^2 + \ln x$

（2） $y = e^{x^2}$

B 组

1．求 $y = x\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$ 的导数。

2．求 $y = \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ 的导数。

3．已知 $f''(x)$ 存在，求 $y = f(\mathrm{e}^{-x})$ 的二阶导数。

4．已知 $y = \begin{cases} \mathrm{e}^{-x}, & x \geqslant 0 \\ \sqrt{1-2x}, & x < 0 \end{cases}$，求 y'。

第 7 次作业　隐函数的导数和由参数方程确定的函数的导数

要点：

1．区分显函数和隐函数的表达式，并且显函数的导数是自变量 x 的表达式，而隐函数的导数中既含有 x 又含有 y。

2．参数方程 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ 的导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 通常是关于参数 t 的表达式。

难点：对由方程 $F(x,y)=0$ 所确定的隐函数 $y=y(x)$ 求导时，左右两边同时对 x 求导，对关于 y 的表达式要看做 y 的函数，x 的复合函数。

A 组

1．求下列隐函数的导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$。

（1）$y\sin x-\cos(x+y)=0$　　　　（2）$\mathrm{e}^y+xy=\mathrm{e}$

2．求参数方程 $\begin{cases} x = a(t-\sin t) \\ y = a(1-\cos t) \end{cases}$ 所确定函数的一阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$。

3．求参数方程 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^2+t \end{cases}$ 所确定函数的二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$。

B 组

设 $y=f(x)$ 是由方程 $xy+\ln y=1$ 所确定的隐函数。

（1）求 $f'(x)$。　　　　（2）设 $g(x)=f(\ln x)\mathrm{e}^{f(x)}$，求 $g'(1)$。

第 8 次作业　微分及其应用

要点：

1. 函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处可微：$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=A\Delta x+0(\Delta x)$，称 $A\Delta x$ 为 $y=f(x)$ 在 x_0 处的微分，且 $A=f'(x_0)$，记为 $\mathrm{d}y=f'(x_0)\Delta x$。

2. 微分的运算法则：$\mathrm{d}(u+v)=\mathrm{d}u+\mathrm{d}v$；$\mathrm{d}(uv)=v\mathrm{d}u+u\mathrm{d}v$；$\mathrm{d}\left(\dfrac{u}{v}\right)=\dfrac{v\mathrm{d}u-u\mathrm{d}v}{v^2}$。

3. 微分在近似计算中的应用：$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)\approx \mathrm{d}y=A\Delta x=f'(x_0)\Delta x$。

A 组

1．将适当的函数填入下列括号中，使等式成立。

（1）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=2\mathrm{d}x$　　（2）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=3x\mathrm{d}x$

（3）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\cos t\mathrm{d}t$　　（4）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\sin kx\mathrm{d}x$

（5）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$　　（6）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x$

（7）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$　　（8）$\mathrm{d}(\qquad\qquad)=\sec^2 3x\mathrm{d}x$

2．设 $y=2x^2+1$，求当自变量 x 从 1 变化到 1.01 时函数的增量和微分。

3．求 $y=x^3-2x+3$ 在 $x=1$ 及 $x=2$ 处的微分。

4．求下列函数的微分。

（1） $y=\frac{1}{x}+2\sqrt{x}$ （2） $y=x^2\ln x$

5．求下列近似值。

（1）$\sqrt[3]{27.03}$ （2） $\tan 46^\circ$

B 组

1．利用微分计算 $\sqrt{\frac{12.1^2-1}{12.1^2+1}}$ 的近似值。

2．设 $a>0$，且 $|x|$ 相对于 a 很小，用微分定义证明近似公式：$\sqrt[n]{a^n+x}\approx a+\frac{x}{na^{n-1}}$，并由此近似计算 $\sqrt{120}$、$\sqrt[4]{80}$ 。

第 9 次作业　不定积分的概念与性质

要点：

1. 原函数与不定积分的概念：设函数 $F(x)$ 及 $f(x)$ 均在区间 I 内有定义，若 $\forall x \in I$，都有 $F'(x)=f(x)$，则称函数 $F(x)$ 为 $f(x)$ 在区间 I 内的原函数，称 $F(x)+C$ 为 $f(x)$ 在区间 I 内的不定积分。

2. 一个函数如果存在原函数，那么它的原函数一定有无穷多个，任意两个原函数之间只相差一个常数。

3. 不定积分的性质：$\int f(x)\pm g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\pm\int g(x)\mathrm{d}x$；$[\int f(x)\mathrm{d}x]'=f(x)$，$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$；$\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$（$k\neq 0$）。

4. 牢记积分基本公式表。

A 组

1．求下列不定积分。

（1）$\int \frac{1}{x^3}\mathrm{d}x$　　　　（2）$\int x\sqrt{x}\mathrm{d}x$

（3）$\int (3x^2-4x+5)\mathrm{d}x$　　　　（4）$\int \frac{(1+x)^2}{x}\mathrm{d}x$

（5）$\int \left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{3}{1+x^2}\right)\mathrm{d}x$　　　　（6）$\int (x^2+1)^2\mathrm{d}x$

（7）$\int 2^x e^x dx$

（8）$\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$

（9）$\int \sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} dx$

（10）$\int \sec x(\sec x - \tan x) dx$

（11）$\int \tan^2 x dx$

（12）$\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$

（13）$\int \frac{x^4}{1+x^2} dx$

（14）$\int \frac{(1-x)^2}{\sqrt{x}} dx$

B 组

1．设函数 $f(x)$ 定义于 $(0,+\infty)$ 上，并且满足条件 $f(1)=0$，$f'(\tan x)=\dfrac{1}{\sin 2x}$，求 $f(x)$。

2．求 $\displaystyle\int\frac{\cos 2x}{\cos x-\sin x}\mathrm{d}x$。

3．求 $\displaystyle\int\frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x$。

4．求 $\displaystyle\int\frac{1+x+x^2}{x(1+x^2)}\mathrm{d}x$。

5．下列等式中正确的是（　　）。

A．$\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$

B．$\int[af(x)+bg(x)]\mathrm{d}x=\int af(x)\mathrm{d}x+\int bg(x)\mathrm{d}x$

C．$\mathrm{d}\int f(x)\mathrm{d}x=f(x)$

D．$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$

6．若 $\int f(x)\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}+C$，求 $f(x)$。

第 10 次作业　换元积分法

要点：

1．第一类换元法（也称凑微分法）：利用 $\varphi'(x)\mathrm{d}x=\mathrm{d}\varphi(x)$ 作变量替换。

$\int f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x)\mathrm{d}x \underline{\underline{u=\varphi(x)}} \int f[u]\mathrm{d}u$ 。

2．第二类换元法：令 $x=\varphi(t)$ 作变量替换 $\int f(x)\mathrm{d}x \underline{\underline{x=\varphi(t)}} \int f[\varphi(t)]\varphi'(t)\mathrm{d}t$ 。

A 组

1．在下列等式的横线处填上适当的系数，使等式成立。

（1）$\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(ax)$　　（2）$\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(5x-2)$

（3）$x\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(x^2)$　　（4）$x\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(5x^2)$

（5）$x\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(1-2x^2)$　　（6）$x^3\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(3x^4-4)$

（7）$\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(\mathrm{e}^{2x})$　　（8）$\sin\frac{3}{2}x\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}\left(\cos\frac{3}{2}x\right)$

（9）$\cos 3x\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(2\sin 3x)$　　（10）$\frac{1}{x}\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(3\ln|x|)$

（11）$\frac{1}{2x+1}\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(\ln(2x+1))$

（12）$\frac{1}{1+9x^2}\mathrm{d}x=$________ $\mathrm{d}(\arctan 3x)$

2．利用第一换元法求下列不定积分。

（1）$\int \mathrm{e}^{5t}\mathrm{d}t$　　（2）$\int (3-2x)^3\mathrm{d}x$

（3）$\int \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x$　　（4）$\int \frac{1}{\sqrt[3]{2-3x}}\mathrm{d}x$

（5）$\int \frac{x}{\sqrt{2-3x^2}}\mathrm{d}x$

（6）$\int x^2\sqrt{2x^3+1}\mathrm{d}x$

（7）$\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$

（8）$\int \frac{1}{x^2-1}\mathrm{d}x$

（9）$\int \frac{1}{x(2+3\ln x)}\mathrm{d}x$

（10）$\int \cos x\sin^3 x\mathrm{d}x$

3．利用第二换元积分法求下列不定积分。

（1）$\int \frac{1}{1+\sqrt{2x}}\mathrm{d}x$

（2）$\int \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x$

（3）$\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} \mathrm{d}x$

（4）$\int \frac{1}{(1+\sqrt[3]{x})\sqrt{x}} \mathrm{d}x$

（5）$\int \sqrt{4-x^2} \mathrm{d}x$

（6）$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} \mathrm{d}x$

（7）$\int \frac{1}{x^2+2x+5} \mathrm{d}x$

（8）$\int \frac{1}{\sqrt{1+x-x^2}} \mathrm{d}x$

B 组

1. $\int \frac{1-x}{\sqrt{9-4x^2}}\mathrm{d}x$

2. $\int \frac{x}{9+x^2}\mathrm{d}x$

3. $\int \frac{x^2}{9+x^2}\mathrm{d}x$

4. $\int \frac{x^3}{9+x^2}\mathrm{d}x$

5. $\int x(x-1)^{100}\mathrm{d}x$

6. $\int x(2x-5)^5\mathrm{d}x$

7. $\int \frac{\arctan\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}\mathrm{d}x$

8. $\int \frac{1+\ln x}{(x\ln x)^2}\mathrm{d}x$

9. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}(\arcsin x)^2}\mathrm{d}x$

10. $\int \frac{\ln\tan x}{\cos x\sin x}\mathrm{d}x$

第 11 次作业　分部积分法

要点：

分部积分法:

$$\int u(x)\cdot v'(x)\mathrm{d}x=\int u(x)\mathrm{d}v(x)=u(x)\cdot v(x)-\int v(x)\mathrm{d}u(x)$$

注意：（1）$\int$幂函数 · 三角函数$\mathrm{d}x$（令$v'(x)=$三角函数）

（2）$\int$幂函数 · 指数函数$\mathrm{d}x$（令$v'(x)=$指数函数）

（3）$\int$幂函数 · 对数函数$\mathrm{d}x$（令$v'(x)=$幂函数）

（4）$\int$幂函数 · 反三角函数$\mathrm{d}x$（令$v'(x)=$幂函数）

A 组

求下列不定积分。

（1）$\int x\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$　　　　（2）$\int x\sin x\mathrm{d}x$

（3）$\int x\ln x\mathrm{d}x$　　　　（4）$\int \ln x\mathrm{d}x$

专业____________________姓名____________________学号____________________

B 组

1. $\int e^{\sqrt{2x}}dx$

2. $\int xe^{\sqrt{2x+1}}dx$

3. $\int x\tan^2 x dx$

4. $\int \sin(\ln x)dx$

5. 求下述不定积分的递推公式。

$I_n = \int x^n e^{-x}dx$

第 12 次作业　定积分

要点：

1. 定积分的定义。
2. 定积分的性质：

（1）$\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]\mathrm{d}x=\alpha\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\beta\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$。

（2）$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$。

（3）若 $f(x)\leqslant g(x)$，则 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\leqslant\int_a^b g(x)\mathrm{d}x(a<b)$（ $k\neq 0$ ）。

（4）若 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的连续函数，则 $\exists\xi\in[a,b]$，使得 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(\xi)(b-a)$。

3. 定积分的几何意义。
4. 积分上限函数 $P(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$，且 $P'(x)=f(x)$。

A 组

1．利用定积分的几何意义求下列定积分（作图）。

（1）$\int_0^1 2x\mathrm{d}x$　　　　（2）$\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$

2．设 $f(x)=\begin{cases}x, & 0\leqslant x<1\\ 1, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$，求 $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$。

3．计算下列定积分。

（1）$\int_0^a (3x^2 - x + 1)\mathrm{d}x$

（2）$\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

（3）$\int_0^4 \sqrt{x}(1+\sqrt{x})\mathrm{d}x$

（4）$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{3}{1+x^2}\mathrm{d}x$

（5）$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$

（6）$\int_0^{\pi} \sqrt{1-\sin^2 x}\mathrm{d}x$

（7）$\int_0^2 |x-1|\mathrm{d}x$

B 组

1．设函数 $y=f(x)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 内可导，且 $f(x)=1+\dfrac{1}{x}\int_1^x f(t)\mathrm{d}t$，求 $f(x)$。

2．设 $f(x)$、$g(x)$ 都为 $\left[a,b\right]$ 上的连续函数，并且 $g(x)$ 在 $\left[a,b\right]$ 上不变号，则 $\exists\xi\in\left[a,b\right]$，使得 $\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x=f(\xi)\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$。

3．利用定积分计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\left(\sin\dfrac{\pi}{n}+\sin\dfrac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\dfrac{(n-1)\pi}{n}\right)$。

4．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t}{x}$。

5．若 $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2+C$，求 $\int_0^2 xf(x^2+1)\mathrm{d}x$ 的值。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 13 次作业　无限区间的广义积分

要点：

1．$\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = \lim\limits_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 x\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x$

2．$\int_{-\infty}^{b} f(x)\mathrm{d}x = \lim\limits_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$

3．$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$

计算下列广义积分。

（1）$\int_0^{+\infty}\dfrac{3}{1+x^2}\mathrm{d}x$　　（2）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^4}\mathrm{d}x$

（3）$\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2+2x+2}\mathrm{d}x$　　（4）$\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-px}\mathrm{d}x$（$p>0$，为常数）

（5）$\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{x\ln(x)^k}\mathrm{d}x(k>1)$　　（6）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 14 次作业　函数的单调性

要点： 判断函数的单调性及单调区间。

A 题

1．判定函数 $y = x + \cos x$ 的单调性。

2．判定函数 $y = \arctan x - x$ 的单调性。

3．确定下列函数的单调区间。

（1） $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 7$

（2） $y = 2x + \dfrac{8}{x} \quad (x > 0)$

（3） $y = (x-1)(x+1)^3$

B 题

1．确定下列函数的单调区间。

（1） $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

（2） $y=\dfrac{10}{4x^3-9x^2+6x}$

2．利用函数单调性证明：当$x>0$时$,\ln(1+x)>x-\dfrac{1}{2}x^2$。

第 15 次作业　函数的极值

要点：求函数的极值。

A 题

1．求下列函数的极值。

（1） $y = x^3 - 3x + 2$

（2） $y = x - \ln(x+1)$

（3） $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

B 题

1．求函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x}\cos(x)$ 及 $g(x)=x^{\frac{1}{x}}$ 的极值。

2．a 为何值时，$f(x)=a\sin x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 处有极值？是极大值还是极小值？求出极值。

第 16 次作业　最值应用问题

要点：（1）求函数的最大值及最小值。

（2）根据实际问题确定最值。

A 题

1．求下列函数的最大值和最小值。

（1）$y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 (0 \leqslant x \leqslant 2)$　　（2）$y = x^2 \ln x (1 \leqslant x \leqslant \mathrm{e})$

（3）$y = x + \sqrt{1-x} (-5 \leqslant x \leqslant 1)$

2．求函数 $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1} (x \geqslant 0)$ 在何处取得最大值。

B 题

1．把一根长为 a 的铅丝切成两段，一段围成圆形，另一段围成正方形，问这两段各为多长时，围成的圆形面积和正方形面积之和最小。

2．欲用围墙围成面积为 216m^2 的一块矩形土地，并在正中用一堵墙将其隔成两块，问这块土地的长和宽选取多大的尺寸，才能使所用建筑材料最省。

第 17 次作业　曲线的凸向与拐点

要点：（1）判断曲线的凹凸性。

（2）计算曲线的拐点。

A 题

1．求下列曲线的凹凸区间和拐点。

（1） $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 5$　　　　（2） $y = x^2 \ln x$

（3） $y = \ln(x^2 + 1)$

2．问 a、b 为何值时，点 $(1,3)$ 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点。

B 题

1．利用函数的凹凸性证明下列不等式。

（1）$\frac{1}{2}(x^n+y^n)>\left(\frac{x+y}{2}\right)^n$ （$x>0$，$y>0$，$n>1$，x不等于y）

（2）$\frac{e^x+e^y}{2}>e^{\frac{x+y}{2}}$

2．试确定函数 $y=x^3+ax^2+bx+4$ 中的 a、b 使得 $x=-1$ 为函数的驻点，点 $(1,y(1))$ 为函数的拐点，并求出拐点。

第 18 次作业　定积分的几何应用

重点： 掌握定积分的几何意义。

A 题

1．利用定积分的几何意义，求下列积分。

（1）$\int_0^1 2x\mathrm{d}x$　　（2）$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$　　（3）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x$

2．计算下列各组曲线所围成的图形面积。

（1）$y=2x$与$y=3-x^2$　　（2）$y=x^2-1$与$y=x+1$

（3）$y=\dfrac{1}{x}$与直线$y=x$、$x=2$

B 题

1．设 $a<b$，问为 a、b 何值时，积分 $\int_a^b (x-x^2)\mathrm{d}x$ 取得最大值。

2．问 a 为何值时，抛物线 $y=x^2$ 与三直线 $x=a$、$x=a+1$、y=0 所围成的图形面积最小。

3．设有一截锥体，其高为 h，上下底面均为椭圆，椭圆的轴长分别为 $2a$、$2b$、$2A$、$2B$，求这截锥体的体积。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 19 次作业　定积分的物理应用

重点： 定积分在物理学上的应用。

A 题

1．一物体做直线运动，其速度为$v=\sqrt{1+t}$米/秒，试求物体运动开始后 8 秒内所经历的路程。

2．有一等腰梯形闸门，它的两条底边长分别为10cm和6cm，高为20cm，较长的底边与水面相齐，计算闸门的一侧所受的水压力。

B 题

1．设一圆锥形储水池，深15m，口径20m，盛满水，今以水泵将水吸尽，问要做多少功。

2．一物体按规律$x=ct^3$做直线运动，介质的阻力与速度的平方成正比，计算物体由$x=0$移至$x=a$时，克服介质阻力所做的功。

专业____________________姓名____________________学号____________________

《工科数学（上）》自测题一

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．已知 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，则 $x=1$ 是（　　）。

A．可去间断点　　B．跳跃间断点　　C．第二类间断点　　D．连续点

2．曲线 $y=x^2$ 在（1，1）处的切线的斜率是（　　）。

A．4　　B．1　　C．3　　D．2

3．已知 $y=2x+\sin x$，则 $\mathrm{d}y=$（　　）。

A．$2+\cos x$　　B．$(2-\cos x)\mathrm{d}x$　　C．$(2+\cos x)\,\mathrm{d}x$　　D．$2-\cos x$

4．已知 $y=x^3+2x$，则 y 的拐点为（　　）。

A．3　　B．0　　C．1　　D．2

5．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=$（　　）。

A．e^{-1}　　B．e　　C．1　　D．-1

6．$p(x)=\int_0^x \cos^2 t\mathrm{d}t$，则 $p'(x)=$（　　）。

A．$\cos^2 t$　　B．$-2\cos t\sin t$　　C．$-2\cos x\sin x$　　D．$\cos^2 x$

7．下列等式中正确的是（　　）。

A．$\ln x\mathrm{d}x=\mathrm{d}\left(\dfrac{1}{x}\right)$　　B．$\sin x\,\mathrm{d}\,x=\mathrm{d}(\cos x)$

C．$\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\sin x)$　　D．$\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\mathrm{e}^{2x})$

8．已知 $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+c$，则 $f(x)=$（　　）。

A．$2x$　　B．$\dfrac{1}{3}x^3$　　C．x^2　　D．$\dfrac{1}{3}x^3+c$

9．$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to2}}(2x+y)=$（　　）。

A．0　　B．2　　C．4　　D．不存在

10．下列函数中，是无穷小的是（　　）。

A．$\dfrac{x^2-1}{x-1}(x\to1)$　　B．$\mathrm{e}^x(x\to+\infty)$　　C．$\dfrac{1}{x}(x\to\infty)$　　D．$\ln x(x\to0)$

二．填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1．已知 $y=f(x)$ 在 R 连续，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=$____________________。

2．已知二元函数 $z=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$，则其定义域是____________________。

3．设 $f(x)=2x^2+x+1$，则其驻点=____________________。

4．已知 $f(x)=2$，则 $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=$____________。

5．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=$____________________。

三．计算题（共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分）

1．若$\int_1^3 (2x+k)\mathrm{d}x = 2$，试求$k$。

2．求极限：$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+\mathrm{x})}{x}$。

3．已知$\mathrm{z} = 2x^2 y + \sin y$，求$\dfrac{\partial \mathrm{z}}{\partial x}$、$\dfrac{\partial \mathrm{z}}{\partial y}$。

4．设$y = x^3 - 3x + 2$，求单调区间和极值（列表法）。

5．计算积分$\int (x^2+\cos x+1)\,\mathrm{d}x$。

四．证明题（10 分）

证明：当$x>0$时，$1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$。

专业____________________姓名____________________学号____________________

《工科数学（上）》自测题二

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=$（　　）。

A．-2　　B．-4　　C．4　　D．2

2．曲线 $y=x^2+1$ 在（1，2）处的切线的斜率是（　　）。

A．4　　B．1　　C．3　　D．2

3．已知 $y=x\sin x$，则 y' =（　　）。

A．$\sin x+x\cos x$　　B．$x\cos x$　　C．$\cos x$　　D．$\cos x+\sin x$

4．$\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=$（　　）。

A．$\ln x+c$　　B．$\ln|x|+c$　　C．$\ln(x+1)+c$　　D．$\ln|x+1|+c$

5．下列等式中正确的是（　　）。

A．$\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+c$　　B．$\sin x\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\cos x)$

C．$\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\sin x)$　　D．$\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\mathrm{e}^{2x})$

6．$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}}(3x-y)=$（　　）。

A．3　　B．2　　C．1　　D．不存在

7．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=$（　　）。

A．e^{-1}　　B．e　　C．1　　D．-1

8．已知$\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+c$，则 $f(x)=$（　　）。

A．$2x$　　B．$\frac{1}{3}x^3$　　C．x^2　　D．$\frac{1}{3}x^3+c$

9．下列函数中，是无穷小的是（　　）。

A．$\dfrac{x^2-1}{x-1}(x\to 1)$　　B．$\mathrm{e}^x(x\to+\infty)$　　C．$\dfrac{1}{x}(x\to\infty)$　　D．$\ln x(x\to 0)$

10．已知 $f(x)=3x^2$，则 $f''(x)=$（　　）。

A．$6x$　　B．$2x$　　C．6　　D．$3x$

二．填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1．已知 $y=\mathrm{e}^x$，则 y'____________________。

2．设 $f(x)=2x\mathrm{e}^y$，则 $\dfrac{\partial f}{\partial y}=$____________________。

3．$\int_1^2 x\mathrm{d}x=$____________。

4．$\lim\limits_{x\to 2}(2x-3)$____________________。

5．已知二元函数 $z=\dfrac{1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}$，则其定义域是____________________。

6．$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=$________________________。

三．**计算题**（共 6 小题，每小题 7 分，共 42 分）

1．求定积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\mathrm{d}x$ 。

2．设 $y=x^3-3x+2$，求单调区间和极值。

3．求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$ 。

4．已知 $z=2x^2+\sin y$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$、$\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

5．计算积分 $\int(x+\cos x)\,\mathrm{d}\,x$。

6．已知 $f(x)=\begin{cases}\sin x-1, & -1\leqslant x\leqslant 0\\ x^2+1, & 0<x\leqslant 2\end{cases}$，求 $f(0)$、$f(1)$。

四．证明题（10 分）

已知 $y=\mathrm{e}^x\sin x$，证明：$y''-2y'+2y=0$。

专业__________________姓名__________________学号__________________

《工科数学（上）》自测题三

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}=$（　　）。

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

2．曲线 $y=x^3+2$ 在（1，3）处的切线的斜率是（　　）。

A．4　　B．1　　C．3　　D．2

3．已知 $y=3x^2+2x+1$，则 $\mathrm{d}y=$（　　）。

A．$6x+2$　　B．$(6x+2)\mathrm{d}x$　　C．$6x+3$　　D．$(6x+3)\,\mathrm{d}x$

4．已知 $y=2x\sin x$，则 $y'=$（　　）。

A．$2\sin x+2x\cos x$　　B．$2x\cos x$　　C．$2\cos x$　　D．$2\cos x+2\sin x$

5．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{-x}=$（　　）。

A．e^{-1}　　B．e　　C．1　　D．-1

6．$\displaystyle\int\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x=$（　　）。

A．$\ln x+c$　　B．$\ln|x|+c$　　C．$\ln(x+1)+c$　　D．$\ln|x+1|+c$

7．下列等式中正确的是（　　）。

A．$\ln x\mathrm{d}x=\mathrm{d}\left(\dfrac{1}{x}\right)$　　B．$\sin x\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\cos x)$

C．$\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\sin x)$　　D．$\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}(\mathrm{e}^{2x})$

8．已知 $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+c$，则 $f(x)=$（　　）。

A．$2x$　　B．$\dfrac{1}{3}x^3$　　C．x^2　　D．$\dfrac{1}{3}x^3+c$

9．$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}(2x+y)=$（　　）。

A．0　　B．2　　C．4　　D．不存在

10．$x=0$ 是 $y=x^3$ 的（　　）。

A．最大值点　　B．最小值点　　C．极值点　　D．拐点

二．填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1．已知 $y=\tan x$，则 $y'=$______________________。

2．已知二元函数 $z=\dfrac{1}{(x-1)^2+y^2}$，则其定义域是______________________。

3．设 $f(x,y)=2x^2+3xy+y^3$，则 $\dfrac{\partial f}{\partial y}=$______________________。

4．已知 $f(x)=2$，则 $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=$_____________。

5．$\lim\limits_{x\to 1}(x^2-2x+3)=$______________________。

三．**计算题**（共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$ 。

2．求定积分 $\int_0^{\pi} x\cos x\mathrm{d}x$ 。

3．求由抛物线 $y=x^2$ 与 $y=x$ 所围图形的面积。

4．设 $y=x^3-3x+2$，求单调区间和极值。

5．求函数 $z = xy^2 + \sin y$ 的全微分 $\mathrm{d}z$ 。

四．证明题（10 分）

证明：当 $x > 1$ 时，$2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$ 。

反侵权盗版声明

举报电话：（010）88254396；（010）88258888
传　　真：（010）88254397
E-mail：　dbqq@phei.com.cn
通信地址：北京市海淀区万寿路 173 信箱
　　　　　电子工业出版社总编办公室
邮　　编：100036

普通高等教育教学改革规划教材

工科数学练习册（下）

主　编　杨　新　安世勇

副主编　肖成英　王艳华

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本练习册与教材配套使用，主要内容包括：函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、微分方程初步、行列式、矩阵各章节的练习题，还包括单元小测验。

本练习册以教材的形式出现，一方面比较规范合理，列出重难点，将各章节习题分为基础型和提高型，便于学生练习；另一方面减轻了学生抄作业题的负担，同时也便于作业本的保留。

本练习册适合于应用型本科、高职高专院校理工类各专业使用，也可作为自学的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

工科数学练习册：全 2 册 / 杨新等主编. —北京：电子工业出版社，2016.8
ISBN 978-7-121-29792-2

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 205206 号

策划编辑：王艳萍
责任编辑：王艳萍
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：15　字数：384 千字
版　　次：2016 年 8 月第 1 版
印　　次：2016 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：38.00 元（上、下册）

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：wangyp@phei.com.cn。

前言

<<<<<< PREFACE

本书是《工科数学》配套的辅导练习教材，全书贯彻“以应用为目的，以培养学生严谨的数学思维为宗旨”，为学生提供专业学习所必需的数学基础。

本书按教材的章节顺序编排内容以便与教学同步，包含：函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、无穷级数、微分方程初步、行列式、矩阵。

在编写过程中，考虑到读者的不同需求，本书具有以下特点：

（1）本书包括上、下两册，每册各章节均提纲式地归纳了每章的概念、公式、方法、要点、难点。

（2）按照每一章教学内容的顺序，编写了 A、B 两组习题，A 组习题是与教材内容相配合的基本题，B 组习题是有一定难度的题型和综合题，学生根据不同学习需求可以选做 A 组或 B 组。

（3）上、下两册均配备了三套自测题，方便学生检测自身学习效果。

本书由四川工商学院数理教研室编写，由杨新、安世勇主编，肖成英、王艳华副主编，张泽麟、陈勇、陈凯、罗琳、钱贺斌、沈艳霞、周艳红、吴艳南、吴国胜等参与编写，由于水平有限，书中难免有不妥、错误之处，请读者不吝指正。

编　　者

2016 年 7 月

目录

<<<<< CONTENTS

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 1 次作业　一阶微分方程

要点：运用分离变量、齐次方程、常数变易法等解一阶微分方程。

A 组

1．微分方程 $\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^n+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-y^2+x^2=0$ 的阶数是____________。

2．验证 $y=\frac{1}{x}$ 是否为微分方程 $y''=x^2+y^2$ 的解。

3．求微分方程 $(1+x)y\mathrm{d}x+(1-y)x\mathrm{d}y=0$ 的解。

4．$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=2xy$，求满足初始条件 $x=0,\ y=1$ 的特解。

5．求微分方程 $y'+3y=2$ 的解。

B 组

1．求微分方程 $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-y+\sqrt{x^2-y^2}=0$ 的解。

2．求微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{1+y^2}{xy+x^3y}$ 的解。

3．求微分方程 $y'+y\cos(x)=\mathrm{e}^{-\sin(x)}$ 的解。

第 2 次作业　二阶常系数线性微分方程

要点：解二阶常系数线性微分方程。

A 组

1．求下列微分方程的通解。

（1）$y'' = \sin 2x$

（2）$y''' = \mathrm{e}^x + 1$

（3）$y'' = y' + x$

（4）$y'' + y = 0$

（5）$y'' - 2y' - 3y = 0$

（6）$2y'' + y' - y = 2\mathrm{e}^x$

B 组

1．求下列微分方程的通解。

（1） $y''' = \cos x + \sin x + 3$

（2） $y'' - 3y' = \mathrm{e}^{5x}$

2．求方程 $yy'' + (y')^2 = 0$，$y(0) = 1$，$y'(0) = 2$ 的解。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 3 次作业　微分方程应用举例

要点： 微分方程的应用。

A 组

1．设一曲线通过原点，并且它在点 (x,y) 处的切线斜率等于 $2x+y$，求该曲线的方程。

2．求 $y''=x$ 的经过 M 点(0,1)，且在此点与直线 $y=\dfrac{x}{2}+1$ 相切的积分曲线。

B 组

1．设有一质量为 m 的物体在空中由静止开始下落，如果空气阻力 $R = cv$（其中 c 为常数，v 为物体运动的速度）。试求物体下落的距离 s 与时间 t 的函数关系。

2．设圆柱形浮筒的底面直径为 0.5m，将它铅直放在水中，稍向下压后突然放开，浮筒在水中上下震荡的周期为 $2s$，求浮筒的质量。

第 4 次作业　无穷级数的概念与性质

要点：

1. 用无穷级数的概念判断级数的收敛性。
2. 用无穷级数的性质判断级数的收敛性。

A 组

1．根据级数收敛的定义判断级数收敛性。

（1）$\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

（2）$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+\ldots$

2．讨论等比级数 $\sum_{n=0}^{\infty}q^n$ 的敛散性。

3．判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3^n}+\frac{1}{5^n}\right)$的敛散性。

4．讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{5n-3}$的敛散性。

B 组

1．判断级数$\frac{3}{2}+\frac{3^2}{2^2}+\frac{3^3}{2^3}+...+\frac{3^n}{2^n}+...$的收敛性。

2．讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^n}{(n+1)^n}$的敛散性。

3．已知$\sum_{n=1}^{\infty}a^n$收敛，其部分和为s_n，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{s_n}$发散。

第 5 次作业　数项级数敛散性的判别法

要点：

1. 用比较审敛法、比值审敛法、根值审敛法判别正项级数的敛散性。
2. 用莱布尼茨定理判别交错级数的敛散性。
3. 判别无穷级数绝对收敛和条件收敛。

A 组

1．判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{2^n}\right)$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 的敛散性。

2．判别级数 $\sum\frac{(n+1)!}{10^n}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ 的敛散性。

3．判别交错级数 $1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots$ 的敛散性。

4．下列级数是否收敛，若收敛是绝对收敛还是条件收敛。

（1）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{3\cdot 2^n}$　　　　（2）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^{n-1}}$

B 组

1．判别 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2+(-1)^n}{4^n}\right)$ 和 $\sum\frac{1}{\sqrt{n^4(n+1)}}$ 的敛散性。

2．判别 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{3^n n!}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\ln(n+1)}\right)^n$ 的敛散性。

3．判别 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin\frac{n\pi}{3}$ 的敛散性，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 6 次作业　幂级数

要点：

1. 计算幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域。
2. 计算幂级数的和函数。

A 组

1．试求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛区间。

2．试求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3x^n}{n^4+16}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^nx^n}{n^3+2}$ 的收敛区间。

3．试求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)x^n}{n!}$ 的收敛区间。

4．求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 的和函数。

专业____________________姓名____________________学号____________________

B 组

1．试求级数 $\lg x+(\lg x)^2+(\lg x)^3+\cdots$ 的收敛区间。

2．试求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{x^n}$ 的收敛区间。

3．试求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛半径及收敛域。

4．求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{4n+1}}{4n+1}$ 的和函数。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 7 次作业　函数的幂级数展开式

重点： 将函数展开成幂级数。

A 组

1．将函数 $\ln(a+x)$ 展开成 x 的幂级数。

2．把函数 a^{x} 展开成 x 的幂级数。

3．函数 $f(x)=\cos x$，将 $f(x)$ 展开成 x 的幂级数。

B 组

1．将 $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)(x-3)}$ 展开成 x 的幂级数。

2．将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开成 $x-3$ 的幂级数。

3．把函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$ 展开成 $x+4$ 的幂级数。

第 8 次作业　傅里叶级数

重点：将函数展开成傅里叶级数。

A 组

周期函数 $f(x)$ 的周期为 2π，将以下 $f(x)$ 展开成傅里叶级数，$f(x)$ 在 $(-\pi,\pi)$ 上的表达式如下。

（1）$f(x)=3x^2+1$

（2）$f(x)=\mathrm{e}^{2x}$

专业____________________姓名____________________学号____________________

B 组

1．将周期函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & -\pi \leqslant x<0 \\ 1, & 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$ 展开成傅里叶级数。

2．将周期函数 $f(x)=1-x^2$，$\left(-\dfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{1}{2}\right)$ 展开成傅里叶级数。

第 9 次作业　向量及其运算

要点：

1．向量的基本概念：向量、向量的长度、相等的向量、单位向量、零向量、负向量、共线向量。

2．向量的线性运算：向量的加法及其运算法则，向量的数乘运算及其性质。

3．向量组：向量的线性表示，向量组的线性相关性与线性无关性。

难点：向量的运算，向量组的线性相关与线性无关的判断。

A 组

1．下列物理量中不能称为向量的是（　　）。

A．质量　　B．速度　　C．位移　　D．力

2．设O是正方形$ABCD$的中心，向量$\overrightarrow{AO}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{CO}$、$\overrightarrow{OD}$是（　　）。

A．平行向量　　B．有相同中点的向量

C．相等向量　　D．模相等的向量

3．设向量$\vec{a}$、$\vec{b}$互相平行，但方向相反，且$|\vec{a}|>|\vec{b}|>0$，则有（　　）。

A．$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$　　B．$|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}|-|\vec{b}|$

C．$|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}|-|\vec{b}|$　　D．$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$

4．设$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$为三个任意向量，且$k_1\vec{a}+k_2\vec{b}+k_3\vec{c}=\vec{0}$，则（　　）。

A．$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$线性相关

B．$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$线性无关

C．$\vec{a}$可由$\vec{b}$和$\vec{c}$线性表示

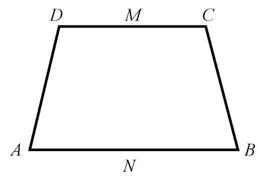
D．若k_1、k_2、k_3不全为 0，则$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$线性相关

5．在下列说法中，（1）平行向量一定相等；（2）不相等的向量一定不平行；（3）共线向量一定相等；（4）相等向量一定共线；（5）长度相等的向量是相等向量；（6）平行于同一个向量的两个向量是共线向量，错误的是______________________。

6．设$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$两两互相垂直，且$|\vec{a}|=1$、$|\vec{b}|=\sqrt{2}$、$|\vec{c}|=1$，则向量$\vec{s}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$的模等于____________。

7．设点A、B、C的坐标分别为$A(2,3,-1)$、$B(1,1,1)$及$C(0,4,-3)$，求$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$、$3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$。

8．如图所示 $ABCD$ 是一个梯形，$AB \parallel CD$，且 $AB = 2CD$，M、N 分别是 DC 和 AB 的中点，已知 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AD} = \vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BC}$ 和 $\overrightarrow{MN}$。



B 组

1．已知$|\vec{a}|=1,\ |\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{4}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=$（　　）。

A．1　　B．$1+\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．设向量$\vec{a}\neq\vec{0},\ \vec{b}\neq\vec{0}$，指出以下结论中正确的为（　　）。

A．$\vec{a},\ \vec{b}$必不等于零

B．$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$是$\vec{a}$和$\vec{b}$平行的充要条件

C．$\vec{a}$与$\vec{b}$的对应分量成比例是$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件

D．若$\vec{a}=\lambda\vec{b}$（λ是数），则$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

3．已知D、E、F分别是ΔABC的边BC、CA、AB的中点，且$\overline{BC}=\vec{a}$，$\overline{CA}=\vec{b}$，$\overline{AB}=\vec{c}$，则下列各式：①$\overline{EF}=\dfrac{1}{2}\vec{c}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$；②$\overline{BE}=\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$；③$\overline{CF}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$；④$\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\vec{0}$。其中正确的有____________________。

4．若$|\overline{AB}|=8,\ |\overline{AC}|=5$，则$|\overline{BC}|$的取值范围是____________________。

5．已知三个非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$中任意两个向量都不平行，但$(\vec{a}+\vec{b})$与$\vec{c}$平行，$(\vec{b}+\vec{c})$与$\vec{a}$平行，试证$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 10 次作业　向量的内积与叉乘积

要点：

1. 向量的内积：设$\vec{a}$、$\vec{b}$是两个非零向量，称实数$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle(\vec{a},\vec{b})$为$\vec{a}$与$\vec{b}$的内积，也称标量积或数量积。

2. 非零向量$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$与基向量$\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$所成的角α、β、γ称为方向$\vec{a}$的方向角，方向余弦是$\cos\alpha=\dfrac{a_1}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$，$\cos\beta=\dfrac{a_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$，$\cos\gamma=\dfrac{a_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$。

3. 设$\vec{a}$、$\vec{b}$是两个不共线向量，按如下方法定义的向量称为$\vec{a}$与$\vec{b}$的叉乘积，记为$\vec{a}\times\vec{b}$。

$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x_a & y_a & z_a\\ x_b & y_b & z_b\end{vmatrix}$，它的长度规定为$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\angle(\vec{a},\vec{b})$。

难点：向量组的混合运算。

A 组

1．已知$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{4}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=$（　　）。

A．1　　B．$1+\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．已知向量$\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$，则垂直于$\vec{a}$且垂直于 oy 轴的单位向量是（　　）。

A．$\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\left(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\right)$　　B．$\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\left(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\right)$

C．$\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\vec{i}-\vec{k}\right)$　　D．$\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\vec{i}+\vec{k}\right)$

3．已知向量$\overline{OM}$的模为10，与x轴的正向的夹角为45°，与y轴的正向的夹角为60°，则向量$\overline{OM}$ ________________。

4．已知$|\vec{m}|=5$，$|\vec{n}|=2$，$(\vec{m},\vec{n})=60^\circ$，则向量$\vec{a}=2\vec{m}-3\vec{n}$的模等于____________。

5．向量$\vec{b}=(1,1,4)$在向量$\vec{a}=(2,-2,1)$上的投影等于___________________。

6．已知$\vec{a}=(1,1,-4)$，$\vec{b}=(1-2,2)$，求（1）$\vec{a}\cdot\vec{b}$；（2）$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角；（3）$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影。

7．求与 $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$、$\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ 都垂直的单位向量。

B 组

1．设$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$为三个任意向量，则$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}=$（　　）。

A．$\vec{a}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{b}$　　　　B．$\vec{c}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{b}$

C．$\vec{a}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{c}$　　　　D．$\vec{c}\times\vec{a}+\vec{b}\times\vec{c}$

2．若两向量$\vec{a}=(\lambda,-3,2)$和$\vec{a}=(\lambda,-3,2)$互相垂直，则$\lambda=$______________。

3．与三点$M_1(1,-1,2)$、$M_2(3,3,1)$、$M_3(3,1,3)$决定的平面垂直的单位向量$\overrightarrow{a^0}=$__________。

4．已知三点$A(1,2,3)$、$B(3,4,5)$、$C(2,4,7)$，求三角形ABC的面积及高CD。

5．设均匀流速为$\vec{v}$的流体流过一个面积为A的平面域，且$\vec{v}$与该平面域的单位垂直向量$\vec{n}$的夹角为θ，求单位时间内流过该平面域$\vec{n}$所指一侧的流体的质量P（流体的密度为ρ）。

第 11 次作业　二阶与三阶行列式

要点：

1. 二元线性方程组与二阶行列式之间的联系。
2. 对角线法计算二阶行列式。
3. 三阶行列式的计算，对角线法和杀路法。

难点：二、三阶行列式的计算。

A 组

1．填空（写行列式编号）。

（1）$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{vmatrix}$　　（3）$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

其中二阶行列式有______________________；

三阶行列式有______________________。

2．在三阶行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$中含 $a_{12}a_{23}a_{31}$ 的项的符号为（　　），含 $a_{13}a_{22}a_{31}$ 的项的符号为（　　）。

A．正　　　　　　　　B．负

3．给定行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$，该行列式的$3!$项的展开式中，有______________项不为零，它们分别为____________________________________，所以行列式值为______________。

4．利用二阶行列式求解二元线性方程组。

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 31 \\ x_1 - 2x_2 = -6 \end{cases}$$

5．计算下列二阶行列式的值。

（1）$\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 20 & 15 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 18 & 211 \\ 0 & 18 \end{vmatrix}$

6．利用对角线法则计算下列三阶行列式的值。

（1）$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

7．求解方程$\begin{vmatrix} x+1 & 2 & -1 \\ 2 & x+1 & 1 \\ -1 & 1 & x+1 \end{vmatrix}$。

B 组

1．计算下列三阶行列式。

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

2．证明：$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$ 。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 12 次作业　全排列、逆序数、n 阶行列式

要点：

1. 把n个不同的元素排成一列，称做这n个元素的全排列。

2. n个元素的任一排列中，当某对元素的先后次序与标准次序不同时，就说它构成一个逆序，一个排列中所有逆序数的总和称做这个排列的逆序数。

3. n阶行列式由n^2个元素排成n行n列，主对角线以下（上）的元素都为 0 的行列式称做上（下）三角形行列式。

难点：n阶行列式的计算。

A 组

1．按自然数从小到大为标准次序，求下列各排列的逆序数。

（1）1　2　3　4　　　　（2）4　1　3　2

2．填空。

（1）3 阶行列式有______个元素。

（2）5 阶行列式有______个元素。

（3）n 阶行列式有______个元素。

（4）下列排列中是偶排列的是______。

A．54312　　B．51432　　C．45312　　D．654321

（5）五阶行列式中，含项 $a_{13}a_{44}a_{32}a_{21}a_{55}$ 的符号为______。

3．计算下列对角行列式。

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & \cdots & 0 \\ & \cdots & & \\ 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

4．设四阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$，由行列式定义确定行列式展开式中含 x^4 的系数和含 x^3 的系数。

5．由行列式定义计算 $D=\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ & \cdots & & & & \\ 0 & 18 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 19 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 20 \end{vmatrix}$。

B 组

1．计算下列行列式。

（1）$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$

（2）$\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$

（3）$D_n = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 13 次作业　行列式的性质

要点：

性质 1．行列式与它的转置行列式相等。

性质 2．互换两行（列），行列式改变符号。

性质 3．若行列式中某行（列）的所有元素是两个数的和，则 D 可表示成两个新行列式之和。

性质 4．行列式中某一行（列）所有元素的公因子可以提到行列式符号的外面。

性质 5．把行列式中某一行（列）的元素乘以常数 k 后加到另一行（列）对应的元素上去，行列式保持不变。

难点：利用行列式的性质计算行列式。

A 组

1．写出下列行列式的转置。

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \cdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

2．计算下列行列式的值。

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -2 & 3 \\ 5 & -4 & 10 & 8 \\ 3 & 7 & 6 & -2 \end{vmatrix}$　　（2）$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 10 & -5 & 0 \end{vmatrix}$

（3）$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 & -7 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & -7 & 9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 & -7 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & -7 & 9 \end{vmatrix}$

（4）$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 7 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 2 & 10 & 14 & 20 \end{vmatrix}$

3．利用行列式的性质计算行列式的值。

（1）$\begin{vmatrix} 6 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \end{vmatrix}$

（2）$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 10 & -5 & 5 \\ 202 & 199 & 101 \end{vmatrix}$

（3）$\begin{vmatrix} 1+x_1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x_2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x_4 \end{vmatrix}$

B 组

1．计算下列行列式。

（1）$D_n=\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ & \cdots & & \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$

（2）$D_n=\begin{vmatrix} 1+a_1 & a_1 & \cdots & a_1 \\ a_2 & 1+a_2 & \cdots & a_2 \\ & \cdots & & \\ a_n & a_n & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$

（3）$D_n=\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ & \cdots & & \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$

第 14 次作业　行列式按行（列）展开克莱姆法则

要点：

1. n 阶行列式中把元素 a_{ij} 所在的行和列划去后，留下来的 $n-1$ 阶行列式称做 a_{ij} 的余子式，记做 M_{ij}。

2. $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$ 称做元 a_{ij} 的代数余子式。

3. 行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和。

4. 克拉默法则：线性方程组的系数矩阵 $|A|\neq 0$ 时，原方程组有唯一解 $x_1=\dfrac{|A_1|}{|A|},x_2=\dfrac{|A_2|}{|A|},\cdots,x_3=\dfrac{|A_3|}{|A|}$。

难点：利用行列式展开法计算行列式。

A 组

1．已知行列式 $D=\begin{vmatrix}-3 & 2 & -1 & 0\\ 2 & 4 & 1 & -5\\ -3 & -2 & 4 & 3\\ -2 & 1 & -1 & 0\end{vmatrix}$，求出 a_{21}、a_{22}、a_{23}、a_{24} 的代数余子式 A_{21}、A_{22}、A_{23}、A_{24}，并求出 $A_{21}-A_{22}+A_{23}-A_{24}$。

2．计算下列行列式。

（1）$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 4 & 1\\ 3 & 4 & 2 & 5\\ 4 & 5 & 2 & 3\end{vmatrix}$　　　（2）$D=\begin{vmatrix}3 & 1 & -1 & 2\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ -3 & -2 & 0 & 3\\ 2 & 1 & 1 & -1\end{vmatrix}$

3．用克莱姆法则解下列线性方程组。

（1）$\begin{cases} 3x_1 + 5x = 1 \\ 2x_1 + 3x = 3 \end{cases}$

（2）$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 \qquad = 1 \\ x_1 \qquad - x_3 = 4 \end{cases}$

（3）$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 = 3 \end{cases}$

（4）$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 5 \end{cases}$

B 组

1．计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$。

2．设$D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$，求$A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$。

4．当λ满足什么条件时，线性方程组$\begin{cases} 2x_1+\lambda x_2-x_3=1 \\ \lambda x_1-x_2+x_3=2 \\ 4x_1+5x_2-5x_3=3 \end{cases}$有唯一解？

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 15 次作业　矩阵＆矩阵的运算

要点：

1．矩阵的乘积：设 $A=(a_{ij})$ 是一个 $m\times s$ 矩阵，$B=(b_{ij})$ 是一个 $s\times n$ 矩阵，那么规定矩阵 A 与矩阵 B 的乘积是一个 $m\times n$ 矩阵 $C=(c_{ij})$，其中 $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}$，并把此乘积记做 $C=AB$。

2．行数和列数都等于 n 的矩阵，称为 n 阶矩阵或 n 阶方阵，记做 A_n。

难点：矩阵的运算。

A 组

1．填空。

（1）两个矩阵的行数相等，列数也相等时，就称它们是_______。

（2）元素都是零的矩阵称为_________。

2．判断正误。

（1）单位矩阵不一定是方阵。　　（　　）

（2）对角矩阵中不在对角线上的元素都是 n。　　（　　）

（3）A 与 B 为 n 阶方阵，$|A^T+B^T|=|A+B|$。　　（　　）

（4）A 与 B 为 n 阶方阵，$AB=BA$。　　（　　）

（5）A 与 B 为 n 阶方阵，$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$。　　（　　）

3．已知关系式 $\begin{cases} y_1=x_1+x_2+x_3+x_4 \\ y_2=x_1+2x_2-x_3+4x_4 \\ y_3=2x_1-3x_2-x_3-5x_4 \\ y_4=3x_1+x_2+2x_3+11x_4 \end{cases}$，写出从变量 x_1,x_2,x_3,x_4 到变量 y_1,y_2,y_3,y_4 的线性变换系数矩阵。

4．已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$，（1）求 $3A+B$；（2）若 $A+2X=4B$，求 X。

5．已知$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$，求（1）$(A+B)^T$；（2）$A^T+B^T$。

6．若$A=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$， $B=(2,3,1)$，求AB、BA。

专业____________________姓名____________________学号____________________

B 组

1．已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$，计算 $2A-3B$、AB^T、$2AB$。

2．若 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$，求 AB、BA。

3．如果 $AB=BA$，证明：$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$。

第 16 次作业　逆矩阵

要点：

1．对于 n 阶矩阵 A，若有 n 阶矩阵 B 使 $AB=BA=E$，则称矩阵 A 是可逆的，并把矩阵 B 称为矩阵 A 的逆矩阵，简称逆阵。

2．若矩阵 A 可逆则 $|A|\neq 0$。

3．若 $AB=E$（或 $BA=E$），则 $B=A^{-1}$。

4．若 $|A|\neq 0$ 则矩阵 A 可逆，且 $A^{-1}=\dfrac{A^*}{|A|}$。

难点：逆矩阵的性质及其应用。

A 组

1．判断正误（A、B、C 均为 n 阶方阵）。

（1）$AB=0\Rightarrow A=0$ 或 $B=0$。（　　）

（2）$A^2=A\Rightarrow A=E$ 或 $A=0$。（　　）

2．填空。

（1）设 $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\0&1&2\\1&0&1\end{pmatrix}$，则 $|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

（2）设 $\begin{pmatrix}1&4\\-1&2\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}3&1\\0&-1\end{pmatrix}$，则 $X=$__________。

3．解下列矩阵方程。

（1）$\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}4&-6\\2&1\end{pmatrix}$

（2）$X\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1&3\\4&3&2\end{pmatrix}$

（3）$\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=1\\2x_1+2x_2+5x_3=2\\3x_1+5x_2+x_3=3\end{cases}$

4．已知 A 为3阶方阵，且 $|A|=4$，求 $|-2A|$、$|A^*|$、$|2A^{-1}|$。

5．判断方阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix}$ 是否可逆，如果可逆，求其逆矩阵。

6．设 $AP=P\Lambda$，实 $p=\begin{pmatrix}-1&-4\\1&1\end{pmatrix}$，$\Lambda=\begin{pmatrix}-1&0\\0&2\end{pmatrix}$，求 A^{11}。

B 组

1．$AXB=C$，其中 $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\5 & 4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 3\\1 & 4 & 3\\1 & 3 & 4\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\1 & -2 & 0\end{pmatrix}$，求 X 。

2．设 A 为 3 阶矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，求 $|(2A)^{-1}-5A^{*}|$ 。

3．设 $P=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\1 & 0 & 2\\1 & 1 & -1\end{pmatrix}$，$\Lambda=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & -3\end{pmatrix}$，$AP=P\Lambda$，求 $\phi(A)=A^{3}+2A^{2}-3A$ 。

第 17 次作业　矩阵的分块

要点：将矩阵 A 用若干条纵线和横线分成许多个小矩阵，每一个小矩阵称为 A 的子块，以子块为元素的形式上的矩阵称为分块矩阵。

难点：分块矩阵的应用。

A 组

1．利用分块矩阵计算 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$。

2．设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，求 $|A^8|$ 及 A^4。

3．设n阶矩阵A及s阶矩阵B都可逆，求：

（1）$\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1}$　　　　（2）$\begin{pmatrix} A & O \\ C & B \end{pmatrix}^{-1}$

4．利用分块矩阵求下列矩阵的逆矩阵。

（1）$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$　　　　（2）$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

B 组

1．设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$，求 AB。

2．求 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 的逆。

第 18 次作业　矩阵的初等变换

要点：

1. 初等行（列）变换$\begin{cases}(1)\ r_i \leftrightarrow r_j & (c_i \leftrightarrow c_j)\\(2)\ r_i \times k & (c_i \times k)\\(3)\ r_i + kr_j & (c_i + kc_j)\end{cases}$。

2. $A \xrightarrow{\text{初等变换}} B \Rightarrow$ A～B。

3. 矩阵等价具有的性质:（1）反身性;（2）对称性、传递性。

难点：利用初等变换将矩阵化为行最简型或标准型，解线性方程组。

A 组

1．用初等变换把下列矩阵先化为行阶梯形再化为最简形。

（1）$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & -1\\ 2 & 0 & 3 & 1\\ 3 & 0 & 4 & 3\end{pmatrix}$　　（2）$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & -3 & -2\\ 0 & 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

2．设$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 2 & 1\\ 2 & 3 & -2 & 1\end{pmatrix}$，求一个可逆矩阵$P$，使$PA$为行最简形。

3．用初等行变换求下列方阵的逆阵。

（1）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$　　（2）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

4．利用初等变换求解下列矩阵方程。

（1）$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$　　（2）$X \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

5．用行初等变换求解下面的线性方程组。

（1）$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 7 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$　　（2）$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

B 组

1．设$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$，$AX=2X+A$，求$X$。

2．解齐次线性方程组$\begin{cases}2x_1+3x_2-x_3-7x_4=0\\ 3x_1+x_2+2x_3-7x_4=0\\ 4x_1+x_2-3x_3+6x_4=0\\ x_1-2x_2+5x_3-5x_4=0\end{cases}$。

专业____________________姓名____________________学号____________________

第 19 次作业　矩阵的秩与线性方程组的解

要点：

1. 最大无关组中所含向量的个数称为向量组的秩。
2. 矩阵的秩等于它列向量组的秩，也等于它行向量组的秩。
3. 齐次线性方程组的解集的最大无关组称为该齐次线性方程组的基础解系。
4. 非齐次方程的通解=对应齐次方程的通解+非齐次方程的一个特解。

难点：非齐次方程的求解。

A 组

1．判断题。

（1）若 A 为 $m\times n$ 矩阵，$R(A)=r$，则 $r\leqslant\min\{m,n\}$。　（　　）

（2）若 $R(A)=r$，则 A 的所有 r 阶子式都不为 0。　（　　）

（3）若矩阵 A 存在一个 r 阶子式不为 0，则 $R(A)\geqslant r$。　（　　）

2．填空题。

（1）n 元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$，①无解的充分必要条件是______________；②有唯一解的充分必要条件是____________________________；③有无限多解的充分必要条件是____________________________________。

（2）n 元奇次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充分必要条件是______________。

（3）线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 有解的充分必要条件是______________。

（4）矩阵方程 $AX=B$ 有解的充分必要条件是______________。

3．求下列矩阵的秩，并化为标准形。

（1）$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$　　（2）$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

4．设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ k & -2 & 3 \end{pmatrix}$，问 k 为何值，可使（1）$R(A)=1$；（2）$R(A)=2$；（3）$R(A)=3$。

5．解下列方程组。

（1）$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=1 \\ 3x_1-x_2+5x_3=2 \\ 2x_1+x_2+2x_3=3 \end{cases}$

（2）$\begin{cases} -x_1+3x_2+2x_3=5 \\ x_1+2x_2-2x_3=0 \\ 2x_1+x_2-3x_3=-1 \end{cases}$

（3）$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3-x_4=0 \\ 3x_1+6x_2-x_3-3x_4=0 \\ 5x_1+10x_2+x_3-5x_4=0 \end{cases}$

（4）$\begin{cases} 2x_1+x_2+2x_3+x_4=1 \\ x_1+2x_2+x_3-x_4=2 \\ x_1+x_2+2x_3+x_4=3 \end{cases}$

B 组

1．设矩阵 $A=(\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{a_2},\overrightarrow{a_3},\overrightarrow{a_4})$，其中$\overrightarrow{a_2}$、$\overrightarrow{a_3}$、$\overrightarrow{a_4}$线性无关，$\overrightarrow{a_1}=2\overrightarrow{a_2}-\overrightarrow{a_3}$，向量$\vec{b}=\overrightarrow{a_1}+\overrightarrow{a_2}+\overrightarrow{a_3}+\overrightarrow{a_4}$，求方程 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解。

2．设有向量组 A: $\overrightarrow{a_1}=\begin{pmatrix}\alpha\\2\\10\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{a_2}=\begin{pmatrix}-2\\1\\5\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{a_3}=\begin{pmatrix}-1\\1\\4\end{pmatrix}$，向量$\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\\beta\\-1\end{pmatrix}$，问$\alpha$，$\beta$为何值时：

（1）向量$\vec{b}$不能由向量组 A 线性表示；

（2）向量$\vec{b}$能由向量组 A 线性表示，且表示式唯一。

专业____________________姓名____________________学号____________________

《工科数学（下）》自测题一

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．若三阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$，则元 a_{23} 的代数余子式为（　　）。

A．1　　B．-1　　C．3　　D．-3

2．已知 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=2$，则 $|3A|=$（　　）。

A．6　　B．54　　C．18　　D．24

3．若方阵 $A=\begin{pmatrix}1 & k\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ 可逆，则 k 应满足（　　）。

A．$k\neq 2$　　B．$k\neq -2$　　C．$k=2$　　D．$k=-2$

4．矩阵 A 为 3 阶方阵，且 A 可逆，则下述正确的是（　　）。

A．$R(A)=3$　　B．$R(A)>3$　　C．$R(A)<3$　　D．$R(A)$ 无法确定

5．已知 A 为 3 阶可逆阵，且 $|A|=2$，则 $|A^*|=$（　　）。

A．2　　B．8　　C．4　　D．1

6．已知 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $s\times t$ 矩阵，则 AB 应满足（　　）。

A．$n=t$　　B．$m=s$　　C．$n=s$　　D．$m=t$

7．微分方程 $\left(\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right)^3+x^4\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\sin x=0$ 的阶是（　　）。

A．1　　B．4　　C．3　　D．2

8．设 A、B 都是 n 阶方阵，下述正确的是（　　）。

A．$(A+B)^T=A^T+B^T$　　B．$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

C．$AB^T=A^TB^T$　　D．$(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

9．下述矩阵中属于阶梯阵的是（　　）。

A．$\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 2\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　B．$\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$　　C．$\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 2\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$　　D．$\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ -2 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

10．n 元线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解的充分必要条件是（　　）。

A．$R(A)=R(A,b)<n$　　B．$R(A)<R(A,b)$

C．$R(A)=R(A,b)=n$　　D．无法确定

二．填空题（共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

1．级数 $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}+\cdots$ 的敛散性为______________。

2．幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}2^nx^n$ 的收敛半径 $R=$______________。

3．由 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^n=\dfrac{1}{1-x},|x|<1$，求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}=$____________。

4．排列 3214 的逆序数=____________。

5．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix}$，则 $A^T=$________________________。

6．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$，则 $R(A)=$________________________。

7．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$，则 $A^2=$________________________。

三．**计算题**（共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）

1．将函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$ 展开成 x 的幂级数。

2．解微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\sin x}{y}$。

3．求 3 阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 3 & -4\end{vmatrix}$。

4．解线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2-x_3=-2\\ 2x_1-x_2+x_3=5\\ -x_1+2x_2+x_3=-1\end{cases}$。

5．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$，求 $A+2B$、$A^T B$。

6．已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}$，求 A^{-1}。

7．设 A 为 3 阶矩阵，且 $|A|=\frac{1}{2}$，求 $|(2A)^{-1}-5A^*|$。

专业____________________姓名____________________学号____________________

《工科数学（下）》自测题二

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．若二阶行列式 $D=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}$，则元 a_{21} 的代数余子式为（　　）。

A．1　　B．-1　　C．2　　D．0

2．已知 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=2$，则 $|3A|=$（　　）。

A．6　　B．24　　C．18　　D．54

3．微分方程 $(y'')^4+y+x^3=0$ 的阶是（　　）。

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．等比级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}aq^n$ 收敛的条件是（　　）。

A．$|q|<1$　　B．$|q|=1$　　C．$|q|>1$　　D．无法确定

5．下列结论正确的是（　　）。

A．两个矩阵可相加一定可乘

B．两个矩阵可乘一定可相加

C．两个矩阵既可相加又可相乘，则一定是方阵

D．任意两个矩阵都可相加和相乘

6．n 元线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解的充分必要条件是（　　）。

A．$R(A)=R(A,b)<n$　　B．$R(A)<R(A,b)$

C．$R(A)=R(A,b)=n$　　D．无法确定

7．设 A,B,C 都为矩阵，且运算均可行，下述说法正确的是（　　）。

A．若 $AB=AC$，则 $B=C$　　B．若 $A^2=0$，则 $A=0$

C．$AB=BA$　　D．$(AB)C=A(BC)$

8．已知 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $s\times t$ 矩阵，则 AB 应满足（　　）。

A．$n=t$　　B．$m=s$　　C．$n=s$　　D．$m=t$

9．下述矩阵中属于阶梯阵的是（　　）。

A．$\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　B．$\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$　　C．$\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & -2 & 1\end{pmatrix}$　　D．$\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

10．设 n 阶方阵 A 可逆，A^* 为 A 的伴随矩阵，则（　　）。

A．$|A^*|=|A|^{n-1}$　　B．$|A^*|=|A|$　　C．$|A^*|=|A|^n$　　D．$|A^*|=|A|^{-1}$

二．填空题（共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．设 A、B 是同一数域上的两个矩阵，如果 A 与 B 能够相加和相乘，则 A 与 B 必是__________。

2．级数 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$ 的敛散性为______________。

3．幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}2^nx^n$ 的收敛半径 $R=$______________。

4．设 A、B、C 均为 n 阶方阵且可逆，当 $AB=C$ 时，则 $B=$______________。

5．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$，则 $A^T=$______________________。

三．判断题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1．设 A,B,C 都为同型矩阵，则 $(A+B)+C=A+(B+C)$。（　　）

2．若矩阵 A 可逆，则 $|A|\neq 0$。（　　）

3．若幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_n x^n|$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n x^n$ 一定收敛。（　　）

4．若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，且 $u_n<v_n$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 一定收敛。（　　）

5．设 k 为实数，行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$，则 $kD=\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{vmatrix}$。（　　）

四．计算题（共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

1．计算 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$。

2．解线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=-2 \\ 2x_1-x_2+x_3=5 \\ -x_1+2x_2+x_3=-1 \end{cases}$。

3．解微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{xy}$ 。

4．将函数 $f(x)=\frac{1}{3-x}$ 展开成 x 的幂级数。

5．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&2\\1&0&1\end{pmatrix}$、$B=\begin{pmatrix}-2&1&3\\2&0&-4\\-1&2&0\end{pmatrix}$，求 $A+B$、A^TB 。

6．已知 $A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\-1&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$，求 A^{-1} 。

五．证明题（9 分）

设 n 阶方阵 A 可逆，A^* 为 A 的伴随矩阵，试证：A^* 也可逆，且 $(A^*)^{-1}=\frac{1}{|A|}A$ 。

专业____________________姓名____________________学号____________________

《工科数学（下）》自测题三

一．单项选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．微分方程 $(y'')^3+3y'+x^4=0$ 的阶是（　　）。

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．已知 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $s\times t$ 矩阵，则 $A+B$ 应满足（　　）。

A．$m=s$，$n=t$　　B．$m=t$，$n=s$　　C．$n=s$　　D．$m=t$

3．若 2 阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2\\3&4\end{vmatrix}$，则元 a_{11} 的代数余子式（　　）。

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．已知 A 为 2 阶方阵，且 $|A|=3$，则 $|2A|=$（　　）。

A．6　　B．12　　C．18　　D．36

5．若方阵 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&k\end{pmatrix}$ 可逆，则 k 应满足（　　）。

A．$k=6$　　B．$k=-6$　　C．$k\neq 6$　　D．$k\neq -6$

6．已知 A 为可逆阵，且 $|A|=3$，则 $|A^{-1}|=$（　　）。

A．3　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．9　　D．1

7．设 A、B、C 都为矩阵，且运算均可行，下述说法正确的是（　　）。

A．若 $AB=AC$，则 $B=C$　　B．若 $A^2=0$，则 $A=0$

C．$AB=BA$　　D．$(AB)C=A(BC)$

8．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n}$（　　）。

A．绝对收敛　　B．条件收敛　　C．发散　　D．无法判别

9．下述矩阵中属于阶梯阵的是（　　）。

A．$\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&2\\-2&0&1\end{pmatrix}$　　B．$\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$　　C．$\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&0&2\\-2&1&1\end{pmatrix}$　　D．$\begin{pmatrix}1&0&-1\\-2&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$

10．n 元线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解的充分必要条件是（　　）。

A．$R(A)=R(A,b)<n$　　B．$R(A)<R(A,b)$

C．$R(A)=R(A,b)=n$　　D．无法确定

二．填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1．幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^n$ 的收敛半径 $k=$________________。

2．求 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=$______________。

3．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=$________________________。

4．求行列式$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=$______________________。

5．调和级数$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$的敛散性为______________________。

6．已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$，则$R(A)=$______________________。

三．计算题（共 6 小题，每小题 7 分，共 42 分）

1．由函数$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\cdots+x^n+\cdots(|x|<1)$，将函数$\frac{1}{1+x}$展开成$x$的幂级数。

2．解微分方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{x^2}{y}$。

3．已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$，求$A+B$、$A^T B$。

4．解线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2-x_3=-2 \\ 2x_1-x_2+x_3=5 \\ -x_1+2x_2+x_3=-1 \end{cases}$。

5．求 3 阶行列式$D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$。

6．已知$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，求 A^T。

四．证明题（10 分）

设 A 为 3 阶矩阵，且$|A|=\dfrac{1}{2}$，证明$|(2A)^{-1}-5A^*|=-16$。

反侵权盗版声明

举报电话：（010）88254396；（010）88258888

传　　真：（010）88254397

E-mail：　dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市海淀区万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮　　编：100036